

نیروهای وارد بر یک جسم غوطه ور در مایع ساکن

تهیه و تنظیم: سیما مهرابی

هدف آزمایش

هدف از این آزمایش تعیین مرکز فشار سطح بر سطح اجسام شناور و غوطه ور در سیال تراکم ناپذیر ساکن و مقایسه نیروی هیدرواستاتیک تئوری و تجربی و در نتیجه تعیین نقطه اثر آن (مرکز فشار) می باشد.

مقدمه

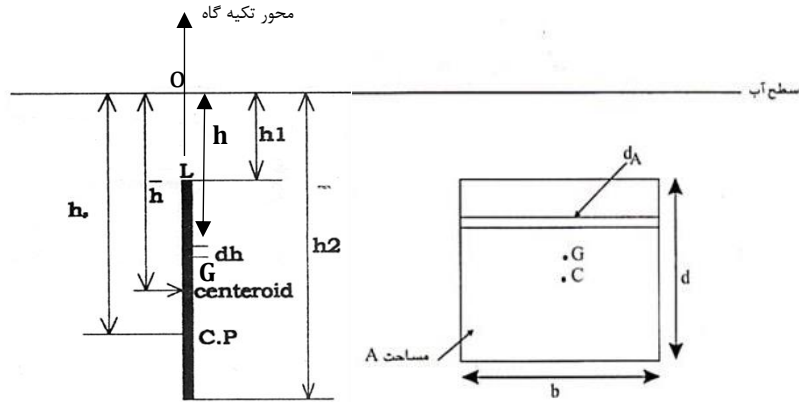
به نقطه‌ای که برآیند نیروهای فشاری از طرف سیال بر یک صفحه از آن نقطه عبور کند، مرکز فشار گفته میشود. برای طراحی یک سازه، یافتن مرکز فشار حاصل از سیال بر آن سازه لازم است. به عنوان مثال برای کنترل پایداری یک سد لازم است مقدار، جهت و محل اثر نیروهای وارد از آب به سد محاسبه شود. سطحی که فشار آب بر آن وارد میشود ممکن است صاف یا منحنی باشد. دستگاه فشار هیدرواستاتیکی^۱ برای تعیین فشار استاتیکی اعمال شده توسط سیال بر یک سطح غوطه ور و مقایسه محل و مقدار نیروی اندازه گیری شده با تئوری، طراحی شده است. نیروی برآیند اعمال شده بر یک جسم توسط سیالی ایستا که جسم در آن غوطه ور و یا روی آن شناور می باشد نیروی شناوری نامیده می شود. نیروی شناوری همواره به سمت بالا می باشد. مرکز حجم قسمتی از جسم که در آب (سیال) فرو رفته به مرکز شناوری معروف است. هر جسم شناور که مرکز ثقل آن زیر مرکز شناوری آن باشد در حالت تعادل پایدار باقی می ماند. بعضی از اشیاء شناور خاص، زمانی که مرکز ثقل آنها بالای مرکز شناوری نیز می باشد در تعادل پایدار باقی می مانند. محل برخورد راستای نیروی شناوری با خط تقارن جسم را نقطه ((متاسنتر)) گویند. زمانی که متاسنتر بالای مرکز ثقل باشد جسم تعادل پایدار و زمانی که زیر مرکز ثقل باشد جسم تعادل ناپایدار دارد. هرگاه نقطه متاسنتر و مرکز ثقل به هم منطبق باشند تعادل به صورت خنثی است. در این آزمایش به مطالعه مرکز فشار سطح صاف، در دو حالتی که این سطح به صورت کامل یا ناقص در سیال غوطه ور است، میپردازیم.

تئوری آزمایش

فشار مایع نسبت به عمق آن به صورت خطی زیاد میشود. نیروی فشاری وارد بر جدار مسطح یک جسم، همگی موازی و همجهت هستند که میتوان به جای این نیروها، برآیند آنها را که معادل نیروی (F) میشود، جایگزین نمود. اندازه نیروی کلی فشار سیال برابر حاصل ضرب فشار مایع در مرکز ثقل سطح، در مساحت (A) میباشد (شکل). (شکل ۴-۱)

$$F = \rho \frac{g}{g_c} \bar{h} A$$

^۱ Hydrostatic pressure



شکل ۱: محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح

نیروی dF وارد بر المانی به سطح dA به فاصله h از سطح آزاد مایع از رابطه زیر بدست می آید.

$$dF = PdA = \rho \frac{g}{g_c} h dA$$

نیروی کل وارد بر سطح A با انتگرال گیری از dF بدست می آید.

$$F = \rho \frac{g}{g_c} \int_A h dA$$

بنا به تعریف

$$\bar{h} = \frac{1}{A} \int h dA$$

(\bar{h}) ارتفاع مرکز سطح، از سطح مایع است. مرکز سطح یک جسم تنها به شکل هندسی آن بستگی دارد. بنابراین نیروهای وارد بر سطح A از رابطه زیر بدست می آید.

$$F = \rho \frac{g}{g_c} A \bar{h}$$

چون مایع در حالت سکون است، هیچ تنش برشی موجود نیست. در نتیجه جهت نیروی F عمود بر صفحه L خواهد بود و برای محاسبه مرکز فشار کافی است که برابند نیروها نسبت به یک صفحه را مساوی با لنگر نیروهای جز نسبت به همان صفحه قرار دهیم. به عبارت دیگر داریم:

$$F h_p = \int h dF = \int h (PdA)$$

که در این رابطه h فاصله نیروی dF تا سطح آزاد مایع و h_p مرکز فشار یعنی فاصله نقطه اثر نیروی F تا سطح آزاد مایع است.

اگر المانی با ضخامت برابر dh و با عرض w در نظر گرفته شود، dA برابر است با:

$$dA = w dh$$

$$A = w(h_2 - h_1)$$

$$h_p = \frac{(g_c \int (\rho \frac{g}{g_c} h) h w dh)}{\rho g A \bar{h}} = \frac{w \int h^2 dh}{A \bar{h}} = \frac{w(h_2^3 - h_1^3)}{3A \bar{h}} = h_2^2 + h_1^2 + \frac{h_2 h_1}{3\bar{h}}$$

از طرفی دیگر برای یافتن ارتفاع مرکز فشار براساس ممان اینرسی نسبت به نقطه O ($I_{oo} = \int h^2 dA$) داریم که:

$$h_p = \frac{\int h dF}{F} = \frac{\int h(\rho \frac{g}{g_c} h dA)}{\rho \frac{g}{g_c} A \bar{h}} = \frac{\int h^2 dA}{A \bar{h}} = \frac{I_{oo}}{A \bar{h}}$$

از طرف دیگر مطابق تئوری هاگن، ممان اینرسی یک سطح نسبت به یک محور برابر است با ممان اینرسی آن سطح نسبت به محوری که از مرکز ثقلش به موازات محور مزبور رسم میشود، به علاوه حاصلضرب مساحت سطح در مجذور فاصله مرکز ثقل از محور، یعنی:

$$I_{oo} = I_{gg} + A \bar{h}^2$$

$$h_p = \frac{I_{gg}}{A \bar{h}} + \bar{h}$$

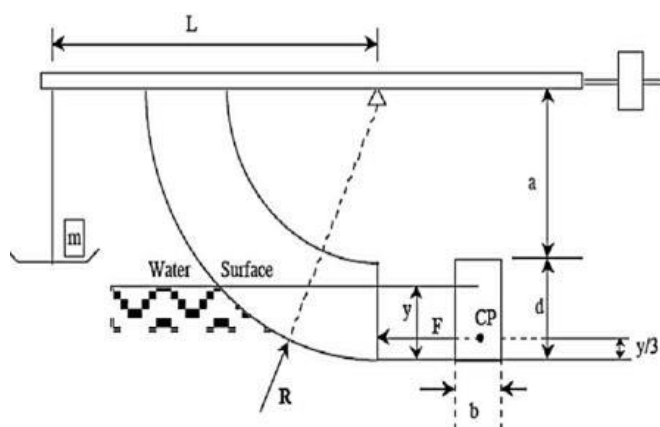
برای بدست آوردن محل اعمال نیرو از روابط زیر استفاده می کنیم:

$$y_{cp} = \frac{I_{gg}}{A \bar{y}} + \bar{y}$$

$$x_{cp} = \frac{I_{xy}}{A \bar{y}} + \bar{x}$$

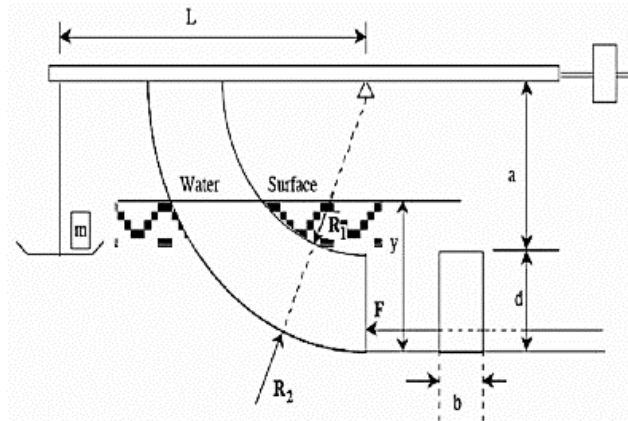
اگر شکل سطح نسبت به محور y ها تقارن داشته باشد I_{xy} صفر و در نتیجه $x_{cp} = \bar{x}$ است. چون در فرمول y_{cp} مقدار $\frac{I_{gg}}{A \bar{y}}$ مثبت است y_{cp} همیشه بزرگتر از \bar{y} است، یعنی مرکز فشار همیشه پایین تر از مرکز سطح قرار دارد. از آنجا که جسم مورد بررسی دارای تقارن نسبت به محور y است پس I_{xy} در فرمول x_{cp} صفر است و امتداد مرکز فشار در راستای قائم منطبق بر راستای قائم مرکز است.

الف) حالت شناور: برای حالتی که سطح نیمه مستغرق باشد، $y < d$ داریم:



شکل ۲: ربع دایره در حالت نیمه شناور.

ب) حالت غوطه ور: برای حالتی که سطح نیمه مستغرق باشد، $y > d$ داریم:



شکل ۳: ربع دایره در حالت شناور.

برای این آزمایش داریم:

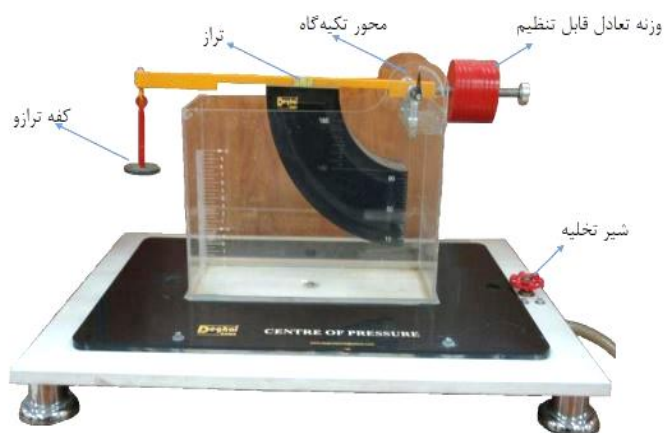
$$a = 13.6 \text{ cm} \quad d = 9.97 \text{ cm} \quad b = 9.2 \text{ cm} \quad L = 39.5 \text{ cm}$$

L فاصله طولی کفه بارگذاری از لولای جسم ربع دایره (مرکز گشتاورگیری) میباشد.

شرح دستگاه [۲]

دستگاه آزمایش از تانک مکعبی شکل با سطوح جانبی شفاف و جسمی معلق به شکل قطاعی از استوانه (Quadrant) تشکیل شده است. با توجه به شکل با اهرم بندی نشان داده شده می توان مقدار نیروها را حساب کرد. در گشتاور گیری نیروها حول لولا تنها نیروی وارد بر سطح مستطیل شکل به حساب می آید مقدار این نیرو برابر است با:

$$F = \rho \frac{g}{g_c} \bar{h} A$$



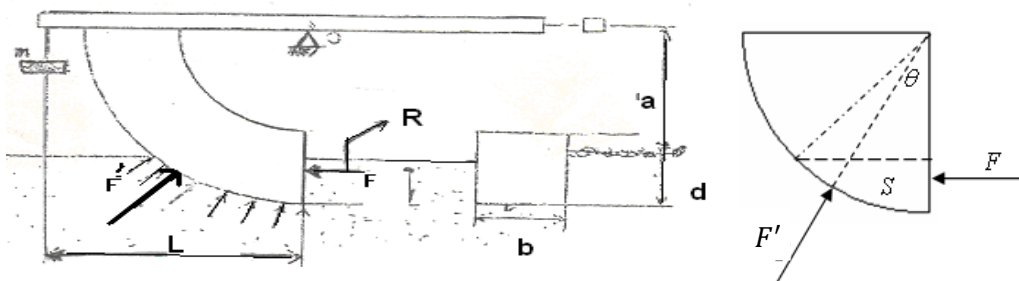
شکل ۴: اجزای مختلف دستگاه مرکز فشار.

روش انجام آزمایش [۲]

- ۱- دستگاه را با تنظیم ارتفاع پایه‌ها در حالت تراز قرار دهید.
- ۲- با تغییر موقعیت وزنه تعادل، شاخص را به حالت افقی در آورید.
- ۳- به آهستگی به مخزن آب اضافه کنید (به نحوی که آب روی تیروئید نریزد) تا آب با لبه پایین تیروئید تماس پیدا کند.
- ۴- سه بار و هر بار حدود ۲ سانتی متر آب به مخزن اضافه کنید و توسط اضافه کردن وزنه‌ها به کفه، دستگاه را به حالت تعادل قرار دهید.
- ۵- مقدار وزنه و ارتفاع آب را در هر مرحله یادداشت کنید.

خواسته های آزمایش

۱. در هر دو حالت (شناور و غوطه ور) فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع را به دست آورید.
۲. در هر حالت (شناور و غوطه ور) مقدار F نیروی وارد بر سطح تیروئید در مایع را با استفاده از مرکز فشار و ممان گیری نیروها حول محور تکیه گاه F حساب کنید و سپس این دو را مقایسه کرده و میزان خطا را بدست آورید.
۳. منحنی تغییرات نیروی F را بر حسب عمق غوطه وری رسم نمایید.
۴. منحنی تغییرات عمق مرکز فشار را بر حسب میزان عمق غوطه وری رسم نمایید.
۵. برای یک حالت نیروی F و مرکز فشار را با استفاده از روش منشور فشار به دست آورده و آن را با مقادیر ۱ و ۲ مقایسه کنید.
۶. رابطه ای که توسط آن بتوان نیروی F' و زاویه آن را حساب کرد به دست آورید و در هر حالت مقدار نیروی F' و زاویه آن را حساب کنید.



۷. به چه علت نیروی F' در ممان گیری قسمت ۲ ظاهر نمی شود.

منابع:

- 1- Germán González Silva, N. P. J., Oscar Fabio Salazar (2012). Fluid Dynamics of Gas – Solid Fluidized Beds. Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development: page 1.
- ۲- مصلحی، پ. (۱۳۹۱). "دستور کار آزمایشگاه مکانیک سیالات"، تهران: دانشگاه صنعتی شریف.
- 3- Deyi, K. (2013). CFD Simulation Of Particle Mixing In a Fluidized Bed. (Introduction): page 1.
- 4- Holdich, R. G. (2002). Fundamentals of Particle Technology. (Fluidisation): page 68.
- 5- Daizo Kunii, O. L. (1991). Fluidization Engineering. (Introduction): page 2.
- 6- Samarasiri, Kasun. (2015). Reactor Design for the Conversion of Waste Plastic into Fuel Oil and Gas: page 13.
- 7- Subramanian, Ram. (2019). Flow through Packed and Fluidized Beds: pages 2 to 5.